المتجهـــــــات و الإزاحة

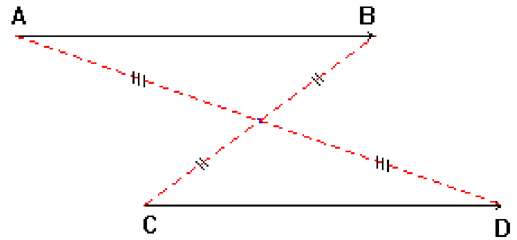
I _ تساوي متجهتين :

1) – تعريف ❶ :

إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ فإن [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف

إذا كان [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف فإن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

* / مثال :



2) – تعريف ❷ :

إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ فإن الرباعي ABDC متوازي الأضلاع

إذا كان رباعي ABDC متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

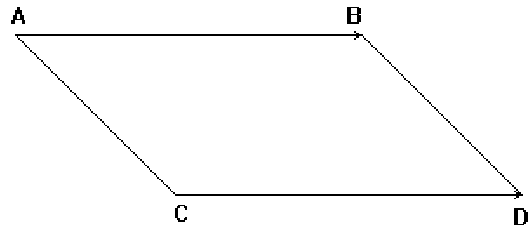
* / مثال :

النقطة M' هي صورة M بالإزاحة T التي تحول A إلى B يعني أن :

- (AB) و (MM') مستقيمان لهما نفس الإتجاه

- المنحى من M نحو M' هو النحى من A إلى B

- $MM'=AB$



3 – خاصية :

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ يعني أن :

-- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الإتجاه أي (AB) // (CD)

-- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس نحى .

-- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنظم (المعيار) أي AB = CD .

4) – المتجهة المنعدمة :

$\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{BB}=\overrightarrow{CC}=\overrightarrow{O}$: **متجهة منعدمة**

إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{O}$ **فإن : A = B (A و B منطبقتان)**

5) – مقابل متجهة :

مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هي المتجهة $\overrightarrow{BA}$.

و نكتب : $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$

6) – مجموع متجهتين :

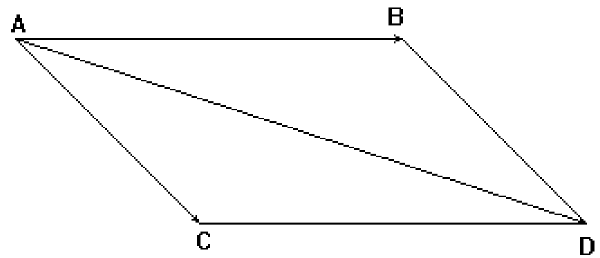
$\overrightarrow{AD}$ هو المتجهة $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$مجموع المتجهتين

متوازي الأضلاع ABDCبحيث الرباعي

* / مثال 1 :

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متجهتان غير منعدمتين .

لننشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$



خاصية(علاقة شال)

إذا كانت C و B و A ثلاث نقط من المستوى فإن :

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

7) – ضرب متجهة في عدد حقيقي :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي .

نسمي المتجهة $\overrightarrow{AM}$ جداء المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في العدد الحقيقي k ، إذا كانت M نقطة من المستقيم (AB) بحيث : $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.

-- إذا كان k > 0 فإن : AM = k.AM و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما نفس المنحى .

-- إذا كان k < 0 فإن : AM = − k.AB و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما منحى معاكس.

-- إذا كان k = 0 فإن : A = M .

8) – المتجهة و المنتصف :

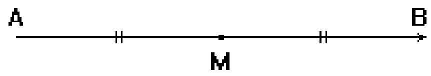
ثلاث نقطM و B و A

و $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB}$ يعني أن : [AB] منتصف M

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{O}$

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ يعني أن : [AB] منتصف M

* / مثال :



9) – خاصيات :

K عدد حقيقي غير منعدم

* / إذا كان : $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ فإن النقط A و B و C مستقيمية .

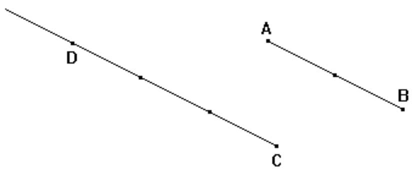
* / إذا كان : $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ فإن (AB) // (CD)

و نقول : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان مستقيميتان

* / مثال :

A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية .

لننشئ D بحيث : $\overrightarrow{AB}$



$\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ يعني

و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان مستقيميتان منحاهما منعكسان .

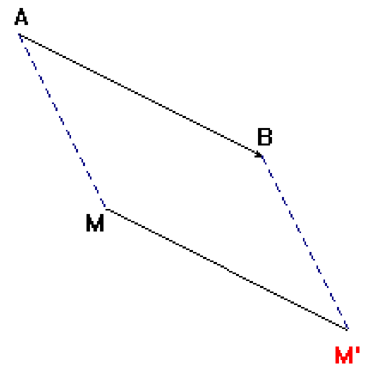
II _ الإزاحــة :

1) – مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة .

لننشئ النقطة M′ بحيث : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$ يعني أن ABM′M متوازي الأضلاع



.

1) – تعريف :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة .

M′ صورة M بالإزاحة ذات المتجهة (أو بالإزاحة التي تحول A إلى B)

يعني أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$ أي ABM′M متوازي الأضلاع .

2) – خاصية أساسية :

إذا كانت M′ و N′ صورتي M و N على التوالي بإزاحة

فإن : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$.

– صور بعض الأشكــال

أ) -- صورة مستقيم :

صورة مستقيم بإزاحة هو مستقيم يوازيه

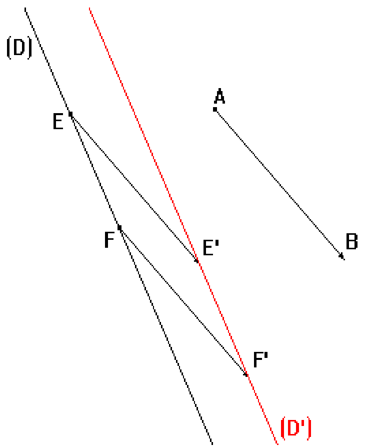
* / ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة مستقيم بإزاحة نحدد نقطتين مختلفتين على هذا المستقيم ثم ننشئ صورتيهما بنفس الإزاحة .

* / مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة

لننشئ صورة (D′)



ب) -- صورة قطعة :

صورة قطعة [EF] بإزاحة هي القطعة [E’F’] بحيث :

E’ و F’ هما صورتي E و F على التوالي بنفس الإزاحة

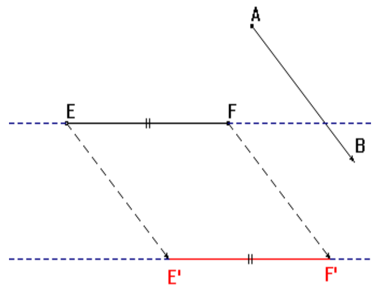
و سيكون لدينا : (EF) // (E’F’) و EF = E’F’

* / مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و [EF] قطعة .

لننشئ القطعة [E’F’] صورة [EF]

بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$.



ج) -- صورة نصف مستقيم :

صورة نصف مستقيم [EF) بإزاحة هي نصف المستقيم [E’F’) بحيث :

E’ و F’ هما صورتي E و F على التوالي بنفس الإزاحة

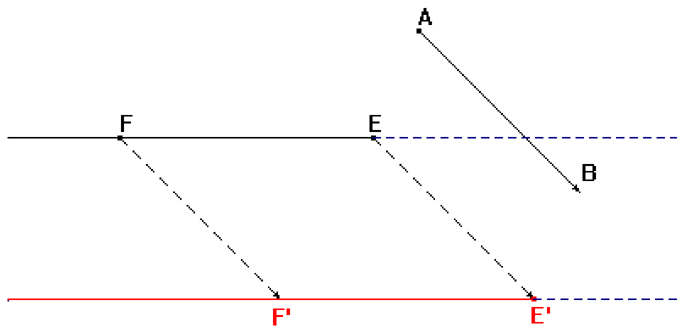
و سيكون لدينا : (EF) // (E’F’)

* / مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة [EF) نصف مستقيم .

لننشئ نصف المستقيم [E’F’) صورة [EF)

بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$.



د) -- صورة زاوية :

صورة زاوية $A\hat{O}B$ بإزاحة هي الزاوية $A'\hat{O}'B'$: بحيث

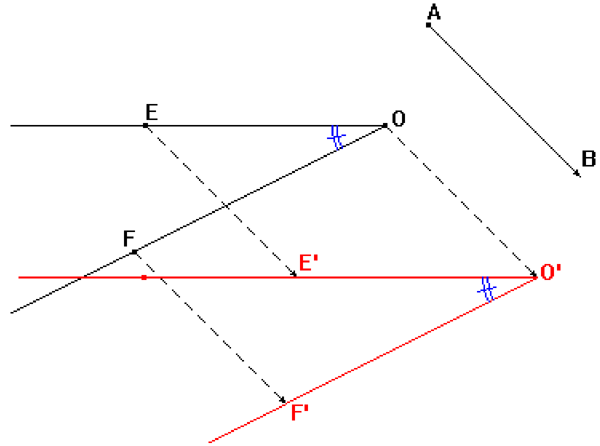
A’ و O’ و B’ هي صور A و O و B على التوالي بنفس الإزاحة.

* / مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و $A\hat{O}B$ زاوية .

لننشئ الزاوية $A'\hat{O}'B'$ صورة $A\hat{O}B$

بالإزاحة التي تحول A إلى B .



ه) -- صورة دائـرة :

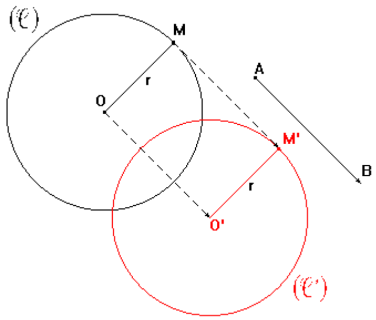
صورة دائرة (C) مركزها O و شعاعها r هي الدائرة (C') مركزها O' صورة O بنفس الإزاحة و لها نفس الشعاع r .

* / مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و (C) دائرة مركزها O و شعاعها r .

لننشئ الدائرة (C') صورة (C)

بالإزاحة التي تحول A إلى B .



لنبين أن للدائرتين نفس الشعاع r .

لدينا :

$$\left.\begin{array}{l} O' \text{ صورة } O \text{ بالإزاحة ذات المتجهة } \overrightarrow{AB}. \\ \text{و} \\ M' \text{ صورة } M \text{ بالإزاحة ذات المتجهة } \overrightarrow{AB}. \end{array}\right\}$$

إذن : $OM = O'M'$

و بما أن $OM = r$ فإن $O'M' = r$

و منه نستنتج أن للدائرتين نفس الشعاع r .

* / ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة دائرة بإزاحة ننشئ صورة المركز بنفس الإزاحة

ثم نحتفظ بنفس الشعاع .